

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Contenidos

Unidad 1: Topología en la recta real. Funciones.

Métrica en la recta real: valor absoluto. Definición y propiedades. Inecuaciones. Función. Definición. Clasificación. Función inversa. Simetría. Desplazamiento y cambio de escala. Funciones especiales. Composición de funciones. Funciones hiperbólicas y sus inversas. Funciones definidas paramétricamente. Aplicaciones.

Unidad 2: Límite de funciones reales.

Entorno en un punto. Definición de límite de una función en un punto. Unicidad. Propiedades. Álgebra de límites. Límites laterales. Infinitésimos: orden y parte principal de un infinitésimo. Operaciones con infinitésimos. Sustitución de infinitésimos. Teoremas de intercalación y de conservación del signo. Definición de límite en el infinito. Límites infinitos: orden de un infinito. Cálculo de límites que presentan distintos tipos de indeterminaciones. Aplicaciones.

Unidad 3: Funciones continuas.

Definición de función continua en un punto. Discontinuidades evitables y no evitables. Extensión continua de una función. Funciones continuas en un intervalo abierto y en un intervalo cerrado. Álgebra de funciones continuas. Propiedades locales de las funciones continuas. Asíntotas. Teoremas de funciones continuas en un intervalo cerrado: teoremas de acotación, de Weierstrass, de Bolzano, del valor intermedio. Aproximación de raíces de una ecuación. Aplicaciones.

Unidad 4: Funciones diferenciables.

Definición de derivada de una función en un punto. La velocidad instantánea de una partícula en movimiento. Condición necesaria de derivabilidad de una función en un punto. Interpretación geométrica. Derivadas laterales. Función derivada. Ecuaciones de la recta tangente y la recta normal a una curva en un punto. Reglas de derivación.

Teoremas de derivación de funciones compuestas y de funciones inversas. Derivadas de funciones definidas paramétricamente y en forma implícita. Derivadas sucesivas. Diferencial de una función. Aproximación lineal de una función en el entorno de un punto. Teoremas del valor medio del cálculo diferencial: Rolle, Lagrange, Cauchy, L'Hôpital. Condición necesaria para la existencia de extremos relativos. Uso de las derivadas de primero y segundo orden para hallar extremos en puntos críticos. Análisis del crecimiento y decrecimiento de una función. Análisis de la concavidad y la convexidad de la gráfica de una función. Puntos de inflexión. Trazado de curvas. Uso de software matemático para el trazado de curvas. Problemas de optimización. Aplicaciones.

Unidad 5: Cálculo integral.

Introducción histórica de la integral definida. Problemas geométricos y físicos. Cálculo de áreas de regiones planas. La integral de Riemann: particiones y sumas de Riemann. Integral superior e integral inferior de Riemann. Funciones integrables. Definición y ejemplos. Condiciones de integrabilidad de las funciones monótonas y de las funciones continuas. Propiedades de la integral de Riemann: linealidad y aditividad. Propiedades de positividad de la integral. Teorema del valor medio del cálculo integral. Aplicaciones.

Unidad 6: Relaciones entre el cálculo diferencial e integral.

Función integral. Primitivas de una función. Continuidad de la integral indefinida. Derivabilidad: teoremas fundamentales del cálculo integral. Técnicas de integración: sustitución, partes, descomposición en fracciones simples. Uso de tablas y de software matemático. Aplicaciones geométricas, físicas y a economía. Generalización del concepto de integral. Integrales impropias de primera y de segunda especie. Valor principal de Cauchy. Convergencia. Comparación de integrales impropias. Aplicaciones. Volumen de Sólidos de Revolución.

Unidad 7: Sucesiones y series.

Sucesión: definición y ejemplos. Sucesiones convergentes y divergentes. Sucesiones monótonas y acotadas: su convergencia. Sucesión de Cauchy, su convergencia. Series numéricas: Convergencia. Criterio del enésimo término para la divergencia. Propiedades de las series convergentes y de las divergentes. Criterio de la Integral de Cauchy. Criterio de Comparación directa. Criterio de la razón o cociente. Criterio del Límite. Criterio de la Raíz. Serie de términos alternados. Criterio de convergencia.